

GRAVITACIONI TRANSPORTERI

- ◆ Kada između mesta utovara i mesta istovara postoji visinska razlika, umesto da se koristi neki oblik mehaničke energije najpogodije je da se za promenu prostornih koordinata materijala iskoristi sila gravitacije.
- ◆ Gravitacioni transporteri se izvode ili sa pravolinijskom ili sa prostornom (spiralnom) putanjom.
- ◆ Regulacija brzine se vrši preko sile otpora koja se suprotstavlja kretanju i neophodna je jer slobodno kretanje nije pogodno za tehničku upotrebu zbog opasnosti od oštećenja robe. (U pretovarnim procesima u kojima se kao deo sistema javlja čovek, preporučuje se da brzina tereta ne prelazi 1m/s, a u sistemima u kojima se ne javlja čovek preporučuje se da brzina ne prelazi 1.5 m/s. Razlozi za ovo ograničenje su smanjenje mogućnost povrede, kako čoveka tako i robe koja se transportuje.).
- ◆ Kod kliznica, kretanju tereta se suprotstavlja sila trenja klizanja između materijala koji se transportuje kliznicom i materijala od koga je napravljen oluk kliznice.
- ◆ Kod valjkastih transportera kretanju se suprotstavlja sila trenja kotrljanja tereta preko valjaka i sila trenja u ležajima valjaka.
- ◆ Prema načinu rada i obliku, gravitacioni transporteri se klasifikuju na:
 - Pravolinijske kliznice (klizni kanali)
 - Spiralne kliznice
 - Gravitacione vertikalne cevi
 - Pneumatske kliznice
 - Valjkasti transporteri

TRANSPORTNI KAPACITET

Transportni kapacitet kliznice se određuje u zavisnosti od toga da li se radi o transportu komadnog ili rasutog tereta:

KOMADNI TERET

$$Q_k = 3600 \cdot \frac{v}{l} \left[\frac{\text{kom}}{\text{h}} \right], \text{ pri čemu je } v \text{ srednja brzina kretanja tereta po kliznici, i dobija se kao } v = \frac{v_o + v_k}{2}$$

RASUTI TERET

$$Q_t = 3600 \cdot F \cdot v \cdot \psi_p \cdot \gamma_m \left[\frac{\text{kN}}{\text{h}} \right]$$

ODREĐIVANJE NAGIBA KLIZNICE I BRZINE TERETA

Pri spuštanju materijala niz kliznicu potencijalna energija, koju telo ima na početku kliznice se transformiše u kinetičku energiju tela i u rad sile trenja između tela i oluka kliznice. Ako znamo visinsku razliku transporta $h=l \cdot \sin \delta$, izjednačavanjem energija možemo da odredimo nagib kliznice ili brzinu tereta na kraju iste.

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot \frac{v_k^2 - v_0^2}{2} + m \cdot g \cdot \cos \delta \cdot l \cdot \mu_r$$

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot \frac{v_k^2 - v_0^2}{2} + m \cdot g \cdot \cos \delta \cdot \frac{h}{\sin \delta} \cdot \mu_r$$

$$g \cdot h = \frac{v_k^2 - v_0^2}{2} + g \cdot \frac{h}{\sin \delta} \cdot \mu_r \quad \Rightarrow \quad v_k = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \cdot (1 - \mu_r \cdot \cot \delta)}$$

$$\tan \delta = \frac{2 \cdot g \cdot h \cdot \mu_r}{2 \cdot g \cdot h - (v_k^2 - v_0^2)}$$

Kod spiralne kliznice je, pri proračunu, umesto normalne komponente $G_N = G \cdot \sin \delta$, potrebno u obzir uzeti rezultujuću silu koja se dobija kao vektorski zbir centrifugalne sile i normalne komponente G_N , $\vec{R}_N = \vec{C} + \vec{G}_N$

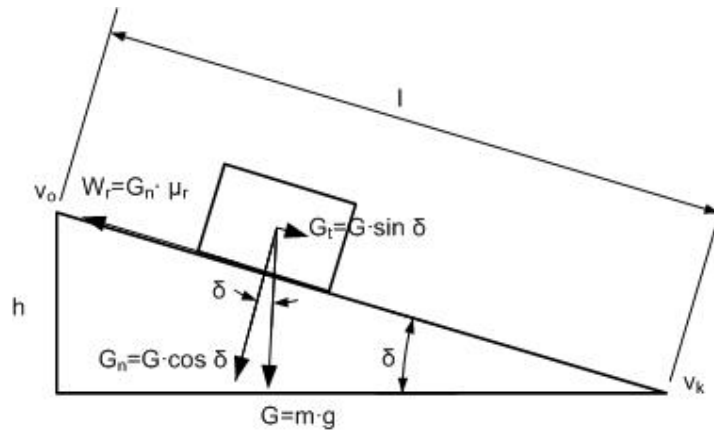
Kako je kod spiralne kliznice korak $h_s = D_i \cdot \pi \cdot \tan \delta_i = D \cdot \pi \cdot \tan \delta = D_a \cdot \pi \cdot \tan \delta_a = \text{const}$, i kako je

$D_i < D < D_a$, onda mora da je zadovoljeno da $\tan \delta_i > \tan \delta > \tan \delta_a$, odnosno da je

$$\delta_i > \delta > \delta_a$$

KLIZNICE

Zadatak 1. Konceptijom pretovarnog procesa predviđeno je da se paketi težine 60N spuštaju gravitacionom kliznicom koja savlađuje visinsku razliku od 3m. Početna brzina tereta iznosi 0.5 m/s. Tehnološki proces zahteva ostvarenje proizvodnosti od 1500 kom/h. Pronaći dužinu i nagib kliznice ako je poznato da je koeficijent trenja između paketa i površine kliznog kanala $\mu_r=0.8$ a razmak između kutija $a=1m$.



Rešenje

$G = 60N$

$h = 3m$

$Q_k = 1500 \text{ kom/h}$

$\mu_r = 0.8$

$a = 1m$

$$m \cdot \frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = mg \cdot l \cdot \sin \delta - mg \cdot \mu_r \cdot l \cdot \cos \delta$$

$$\frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = g \cdot l \cdot (\sin \delta - \mu_r \cdot \cos \delta) \text{ kako je } l = \frac{h}{\sin \delta} \text{ to sledi}$$

$$\frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = g \cdot h \cdot (1 - \mu_r \cdot \operatorname{ctg} \delta) \quad (1)$$

$$Q_k = 3600 \frac{v_{sr}}{a} \Rightarrow v_{sr} = \frac{Q_k \cdot a}{3600} = \frac{1500 \cdot 1}{3600} = 0.42 \frac{m}{s}$$

$$v_{sr} = \frac{v_k - v_0}{2} \Rightarrow v_k = 2v_{sr} - v_0 \Rightarrow v_k = 0.34 \frac{m}{s}$$

$$\text{iz (1)} \quad \mu_r \cdot \operatorname{ctg} \delta = 1 - \frac{v_k^2 - v_0^2}{2 g h} \text{ tj. } \operatorname{tg} \delta = \frac{\mu_r}{1 - \frac{v_k^2 - v_0^2}{2 g h}}$$

$$\delta = \arctg\left(\frac{\mu_r}{1 - \frac{v_k^2 - v_0^2}{2 g h}}\right) = \arctg\left(\frac{0.8}{1 - \frac{0.34^2 - 0.5^2}{2 \cdot 9.81 \cdot 3}}\right) = \arctg 0.7981 = 38.6^\circ$$

$$\boxed{\delta = 38^\circ 35' 46''}$$

$$l = \frac{h}{\sin \delta} = \frac{3}{\sin 38.6^\circ} = 4.81 m$$

$$\boxed{l = 4.81 m}$$

Zadatak 2. Punjenje bunkera za proizvodnju šljunka obavlja se kliznim kanalom. Neophodno je ostvariti proizvodnost od 9000 t/h. Konfiguracija terena zahteva visinsku razliku od 5m. Pronaći dužinu kliznice ako su poznate sledeće veličine:

- ♦ $F=0.5 \text{ m}^2$ (površina poprečnog preseka)
- ♦ $\gamma = 1.667 \text{ t/m}^3$ (specifična zapreminska masa)
- ♦ $v_0=0.2 \text{ m/s}$ (brzina na početku kliznice)
- ♦ $\mu_r=0.8$ (koeficijent trenja)

Rešenje

$$Q_t = 9000 \text{ t/h}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

$$Q_t = 3600 \cdot F \cdot v \cdot \gamma \Rightarrow v = \frac{Q_t}{3600 \cdot F \cdot \gamma} = \frac{9000}{3600 \cdot 1.667 \cdot 0.5} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{v_k + v_0}{2} \Rightarrow v_k = 2v - v_0 \Rightarrow v_k = 5.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Iz prethodnog zadatka je

$$\delta = \arctg\left(\frac{\mu_r}{1 - \frac{v_k^2 - v_0^2}{2gh}}\right) = \arctg\left(\frac{0.8}{1 - \frac{5.8^2 - 0.2^2}{2 \cdot 9.81 \cdot 5}}\right) = \arctg 1.217 = 50.6^\circ \quad \delta = 50^\circ 34' 48''$$

$$l = \frac{h}{\sin \delta} = \frac{5}{\sin 50.6^\circ} = 6.47 \text{ m} \quad \boxed{l = 6.47 \text{ m}}$$

VALJKASTI GRAVITACIONI TRANSPORTERI

- ♦ Valjkasti gravitacioni transporteri se koriste za transport komadne robe prizmatičnog oblika, burića i profila, a mogu se koristiti i za transport rasute robe smeštene u odgovarajuće posude, kao i komada nepravilnih oblika kada se postave na postolje ili u kontener.
- ♦ Za razliku od kliznica, kod kojih se pri kretanju tereta javlja otpor trenja klizanja, kod valjkastih transportera se pri kretanju tereta javlja otpor kotrljanja i otpor trenja u ležajevima valjaka. Ova činjenica ujedno predstavlja i osnovnu prednost valjkastih transportera u odnosu na kliznice, jer su otpori kod valjkastih transportera znatno manji nego kod kliznica. U skladu sa tim nagib putanje valjkastih transportera je neuporedivo manji i kreće se od 1 do 7% (0,6° do 4°)
- ♦ Regulacija brzine tereta kod valjkastih transportera se, osim regulisanjem nagiba transportera, može vršiti i ugradnjom kočionih valjaka (prilikom prelaska tereta preko ovih valjaka dolazi do njegovog usporavanja) koji se postavljaju na kritičnim delovima putanje. Kočenje može biti izvedeno kao direktno (preko kočionih valjaka) i kao indirektno (prenosom kočione sile sa kočionih valjaka na obične valjke).

TRANSPORTNI KAPACITET VALJKASTOG TRANSPORTERA

Transportni kapacitet valjkastog gravitacionog transportera se određuje po analogiji sa kapacitetom kliznice.

ODREĐIVANJE NAGIBA TRANSPORTERA I BRZINE TERETA

$$m \cdot g \cdot h = m \cdot \frac{v_k^2 - v_0^2}{2} + m \cdot g \cdot \cos \delta \cdot l \cdot \omega_r$$

Kao i u slučaju kliznica i kod valjkastih transportera, pri kretanju tereta duž istih, dolazi do transformacije potencijalne energije koju telo ima na vrhu transportera u kinetičku energiju tela i rad sila otpora koji se javljaju duž transportera. U skladu sa tom činjenicom, izrazi koji važe za definisanje brzine i nagiba kod kliznica važe i u ovom slučaju, pri čemu u obzir treba uzeti otpore koji karakterišu kretanje tereta duž valjkastih transportera. Otpori koji se javljaju pri nailasku tereta na jedan valjak su:

Otpor ustaljenog kretanja (kotrljanje i trenje u ležajima)

Dobija se pomoću jednačine

$$W'_C = \frac{2 \cdot G_t \cdot \cos \delta \cdot f_R}{d_t} + \frac{(G_t + n_1 \cdot G_o) \cdot \mu_z \cdot d_z}{d_t} \quad [N]$$

Međutim, kako se valjkasti transporteri koriste za uglove nagiba koji su izuzetno mali (kao što je rečeno ranije od 1 do 7%) to se vrši pojednostavljenje prethodne jednačine tako što se za kosinus ugla nagiba usvaja da je jedan (kosinus malih uglova je približno 1), pa jednačina glasi

$$W'_C = \frac{2 \cdot G_t \cdot f_R}{d_t} + \frac{(G_t + n_1 \cdot G_o) \cdot \mu_z \cdot d_z}{d_t} \quad [N]$$

G_t – težina jedinice tereta na valjkastom transporteru [N]

f_R – krak otpora kotrljanja [cm]

d_T – prečnik valjka [cm]

n_1 – broj jednovremeno opterećenih valjaka

G_o – težina obrtnog dela valjka [N]

μ_z – koeficijent trenja u ležaju

d_z – efektivni prečnik valjka [cm]

Otpor ubrzanja (inercija)

Javlja se pri velikim uglovima nagiba δ

$$W_{in} = G_t \cdot \frac{v_k - v_0}{g \cdot t} \quad [N]$$

t – period opservacije [s]

Međutim, kako se valjkasti transporteri koriste za transport pod malim uglovima, to se ovaj otpor pri proračunu zanemaruje.

Otpor ubrzanja rotacionih masa (klizanje i izgubljena kinetička energija)

$$W_{rot} = \frac{k_2 \cdot G_o \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot l_o} \quad [N]$$

k_2 – faktor kojim se izražava odnos mase dela valjka koji rotira i ukupne težine valjka

v – srednja brzina kretanja tereta po transporteru [m/s]

l_o – rastojanje između valjaka [m]

Ukupan koeficijent otpora - ω se dobija u zavisnosti od režima kretanja tereta po transporteru:

I SLUČAJ - komadi tereta se kreću u gustom toku, tako da se valjci stalno nalaze u stanju rotacije

$$\omega = \frac{W'_C + W_{in}}{G_t}, \text{ odnosno, zbog zanemarivanja otpora ubrzanja } \omega = \frac{W'_C}{G_t}$$

II SLUČAJ – rastojanja između pojedinih paketa su velika i različita, tako da zbog dejstva otpora u ležajevima valjaka, dolazi do zaustavljanja valjaka.

$$\omega = \frac{W'_C + W_{in} + 2 \cdot W_{rot}}{G_t}, \text{ odnosno, zbog zanemarivanja otpora ubrzanja } \omega = \frac{W'_C + 2 \cdot W_{rot}}{G_t}$$

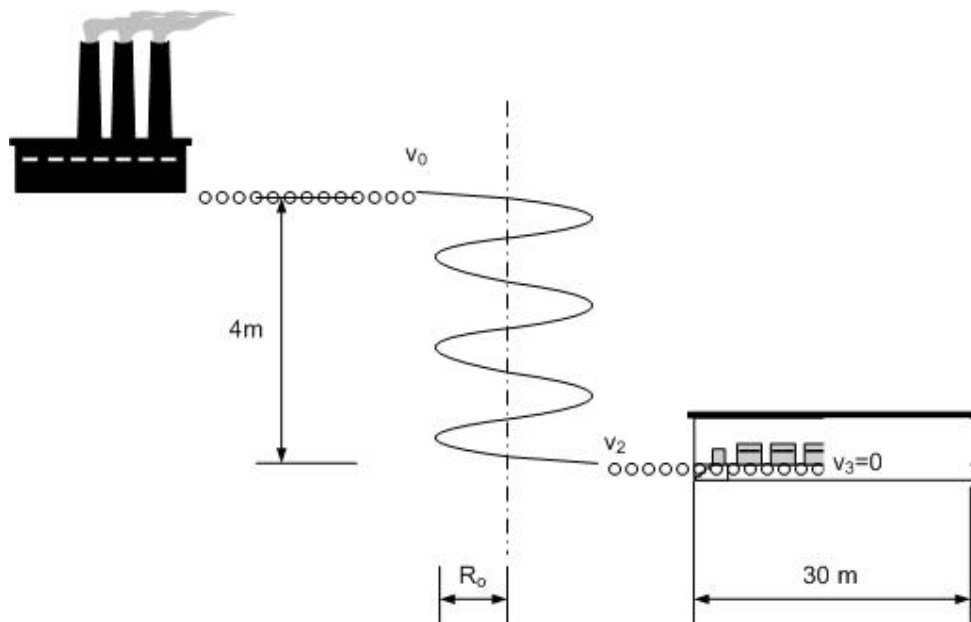
VALJKASTI TRANSPORTERI

Zadatak 3. Na završetku procesa proizvodnje postavljen je valjkasti transporter. Njime se transportuju proizvodi upakovani u kutije težine 200N, do spiralnog valkastog transportera, a zatim se horizontalnim valjkastim transporterom transportuju do skladišta. Visinska razlika proizvodne hale i skladišta je 4m. Dužina skladišta je 30m. Izračunati:

- ugao nagiba spiralnog transportera i njegov poluprečnik, pod uslovom da brzina tereta na spiralnom transporteru ne bude veća od 1,5 m/s. Početna brzina tereta je 0,5 m/s, a rastojanje između valjaka 0,2 m.
- dužinu transporta kroz skladište za koji će biti potreban poseban pogon, pod uslovom da je valjkasti transporter u skladištu horizontalan i da se roba transportuje do sredine skladišta.

Poznati su i sledeći podaci:

- ◆ Prečnik valjka- d_t je 5 cm
- ◆ Dimenzije tereta su (šxvxd) 0,3x0,1x0,5 m
- ◆ Težina valjka- G_0 je 12 N
- ◆ Prečnik osovinice valjka- d_z je 0.5 cm
- ◆ Odnos mase rotirajućeg dela valjka prema ukupnoj masi valjka- k_2 je 0.9
- ◆ Broj koraka spirale- n_2 je tri.



Rešenje

a) Radi jednostavnijeg proračuna uticaj centrifugalne sile se zanemaruje.

$$m \cdot \frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = mg \cdot l \cdot (\sin \delta - \omega \cdot \cos \delta)$$

$$\omega = \frac{W'_C + W_{in} + 2W_{rot}}{G}$$

kako se W_{in} računa samo u slučaju kad je δ na početku transportera veliko, to ga u ovom slučaju zanemarujemo, pa su otpori koji se javljaju pri kretanju tereta niz transporter

$$\omega = \frac{W'_C + 2W_{rot}}{G}$$

Otpor ustaljenog kretanja – W'_C

$$W'_C = \frac{2 G f_r}{d_t} + \frac{(G + n_1 G_0) \mu_z d_z}{d_t} = \frac{2 \cdot 200N \cdot 1mm}{50mm} + \frac{(200N + 3 \cdot 12N) \cdot 0.005 \cdot 5mm}{50mm} = 8 + 0.118 = 8.118N$$

- ◆ za krak otpora kotrljanja f_r je usvojena vrednost od 1mm
- ◆ za koeficijent trenja u ležajima valjaka μ_z je usvojena vrednost 0,005
- ◆ broj istovremeno opterećenih valjaka ($n_1=3$) je uzet za položaj tereta koji omogućava najveću stabilnost pri transportu, tj. kada se teret oslanja na transporter stranicom čije su dimenzije 0,3x0,5m.

Otpor ubrzanja rotacionih masa – W_{rot}

$$W_{rot} = \frac{k_2 \cdot G_0 \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot l_0} = \frac{0.9 \cdot 12N \cdot \left(\frac{1.5 \text{ m/s} + 0.5 \text{ m/s}}{2}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.2m} = 2.75N$$

pa je ukupan koeficijent otpora

$$\omega = \frac{8.118N + 2 \cdot 2.75N}{200N} = 0.0681$$

Iz početne jednačine uz smenu $l=h/\sin\delta$ dobijamo da je

$$\frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = g \cdot \frac{h}{\sin\delta} (\sin\delta - \omega \cos\delta) \Rightarrow \frac{v_k^2 - v_0^2}{2 \cdot g \cdot h} = (1 - \omega \operatorname{ctg}\delta)$$

odnosno da je

$$\delta = \operatorname{arctg} \frac{2gh\omega}{2gh - v_k^2 + v_0^2}$$

Odavde je

$$\delta = \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 4m \cdot 0.0681}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 4m - (1.5 \text{ m/s})^2 + (0.5 \text{ m/s})^2} = \operatorname{arctg} 0.0698 \approx 4^\circ$$

$$\boxed{\delta = 4^\circ}$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot R_0 \cdot n_2} \Rightarrow R_0 = \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot n_2 \cdot \operatorname{tg}\delta} = \frac{4m}{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot \operatorname{tg} 4^\circ} = 3.03m$$

$$\boxed{R_0 = 3.03m}$$

b) Iz

$$m \cdot \frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = mg \cdot l \cdot (\sin\delta - \omega \cdot \cos\delta)$$

za $v_k=0$ i $\delta=0$ dobijamo

$$\frac{v_0^2}{2} = g \cdot l \cdot \omega \text{ tj. } l = \frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot \omega}$$

$$\omega = \frac{W'_C + 2W_{rot}}{G}$$

Otpor ustaljenog kretanja – W'_C

$$W'_C = \frac{2Gf_r}{d_t} + \frac{(G + n_1 G_0) \mu_z d_z}{d_t} = \frac{2 \cdot 200N \cdot 1mm}{50mm} + \frac{(200N + 3 \cdot 12N) \cdot 0.005 \cdot 5mm}{50mm} = 8 + 0.118 = 8.118N$$

Otpor ubrzanja rotacionih masa – W_{rot}

$$W_{rot} = \frac{k_2 \cdot G_0 \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot l_0} = \frac{0.9 \cdot 12N \cdot \left(\frac{1.5 \text{ m/s} + 0}{2}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.2m} = 1.55N$$

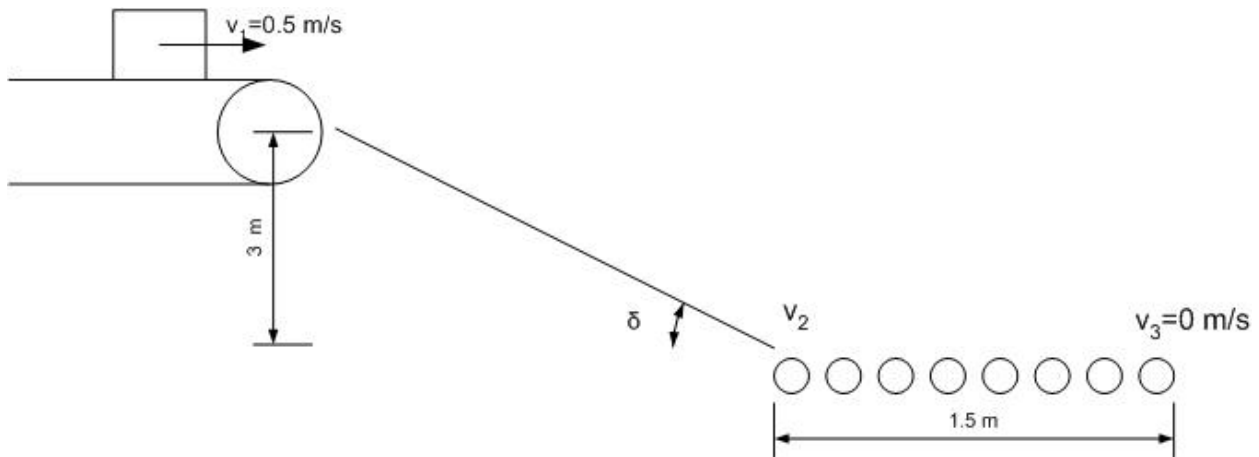
$$\omega = \frac{8.118N + 2 \cdot 1.55N}{200N} = 0.05609$$

$$l = \frac{(1.5 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.05609} = 2.0445m$$

$$l_p = \frac{L}{2} - l = 15m - 2.0445m = 12.955m \quad l_p = 12.955m$$

Zadatak 4. Trakastim transporterom se kutije težine 60N upućuju na gravitacionu kliznicu koja savlađuje visinsku razliku od tri metra. Brzina kretanja trakastog transportera je 0.5 m/s. Na kraju gravitacione kliznice postavljen je horizontalni valjkasti transporter dužine 1.5m, na čijem je kraju potrebno da se paketi zaustave. Odrediti ugao nagiba gravitacione kliznice ako su poznati sledeći elementi:

- ♦ krak otpora kotrljanja $f_r = 1\text{mm}$
- ♦ koeficijent trenja u ležajima valjaka $\mu_z = 0.01$
- ♦ prečnik valjka valjkastog transportera $d_t = 5\text{cm}$
- ♦ efektivni prečnik valjka $d_z = 0.5\text{cm}$
- ♦ broj valjaka na koje se istovremeno oslanja paket $n_1 = 2$
- ♦ težina obnog dela valjka $G_0 = 10\text{N}$
- ♦ rastojanje valjaka $l_0 = 0.25\text{m}$
- ♦ Odnos mase rotirajućeg dela valjka prema ukupnoj masi valjka $k_2 = 0.8$
- ♦ koeficijent trenja u kliznom kanalu $\mu_r = 0.48$



Rešenje

Iz

$$m \cdot \frac{v_k^2 - v_2^2}{2} = mg \cdot l \cdot (\sin \delta - \omega \cdot \cos \delta)$$

za $v_k = 0$ i $\delta = 0$ dobijamo

$$\frac{v_2^2}{2} = g \cdot l \cdot \omega$$

tj.

$$v_2^2 = 2gl\omega \quad (1)$$

$$w = \frac{W'_C + 2W_{rot}}{G}$$

Otpor ustaljenog kretanja – W'_C

$$W'_C = \frac{2Gf_r}{d_t} + \frac{(G + n_1G_0)\mu_z d_z}{d_t} = \frac{2 \cdot 60\text{N} \cdot 1\text{mm}}{50\text{mm}} + \frac{(60\text{N} + 2 \cdot 10\text{N}) \cdot 0.01 \cdot 5\text{mm}}{50\text{mm}} = 2.4\text{N} + 0.08\text{N} = 2.48\text{N}$$

Otpor ubrzanja rotacionih masa – W_{rot}

$$W_{rot} = \frac{k_2 \cdot G_0 \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot l_0} = \frac{0.8 \cdot 10\text{N} \cdot \left(\frac{v_2}{2}\right)^2}{2 \cdot 9.81\text{m/s}^2 \cdot 0.25\text{m}} = 0.41v_2^2$$

$$\omega = \frac{2.48\text{N} + 2 \cdot 0.41v_2^2}{60\text{N}} = 0.041 + 0.014v_2^2$$

Iz (1) dobijamo da je

$$v_2^2 = 29.43 \omega = 1.21 + 0.41v_2^2$$

$$0.59v_2^2 - 1.21 = 0 \Rightarrow v_2^2 = \frac{1.21}{0.59} = 2.05 \Rightarrow v_2 = 1.43\text{ m/s}$$

Za kliznicu važi:

$$\frac{v_2^2 - v_0^2}{2} = g \cdot l \cdot (\sin \delta - \mu_r \cdot \cos \delta) \quad \text{tj.}$$

$$\frac{v_2^2 - v_0^2}{2} = g \cdot h \cdot (1 - \mu_r \cdot \operatorname{ctg} \delta)$$

$$\frac{(1.43 \text{ m/s})^2 - (0.5 \text{ m/s})^2}{2} = 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m} \cdot (1 - 0.48 \operatorname{ctg} \delta) \Rightarrow 0.48 \operatorname{ctg} \delta = 0.969 \Rightarrow \operatorname{ctg} \delta = 2.02$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\operatorname{ctg} \delta} = 0.495 \Rightarrow \delta = \arctg 0.495 = 26.34^\circ$$

$$\delta = 26^\circ 20' 24''$$

Zadatak 5 Deo sistema za sortiranje realizovan je primenom kliznog kanala dužine 20m, postavljenog pod nagibom od 20°. Kliznim kanalom transportuju se kutije težine 150N pri čemu je koeficijent trenja 0.35. Razmak kutija je 1.2m, a njihova početna brzina je 0.1 m/s. Ako se za sortiranje umesto kliznog kanala koristi valjkasti gravitacioni transporter iste dužine, odrediti potreban nagib za obezbeđenje iste proizvodnosti. Početna brzina tereta je ista, kao i razmak između kutija.

Ostali podaci:

- ♦ efektivni prečnik valjka, $d_z=1\text{cm}$
- ♦ prečnik valjka, $d_t=6\text{cm}$
- ♦ odnos rotirajućeg dela prema ukupnoj težini, $k_2=0.9$
- ♦ težina valjka, $G_0=25\text{N}$
- ♦ broj jednovremeno opterećenih valjaka, $n_1=3$
- ♦ razmak valjaka, $l_0=0.2\text{m}$
- ♦ krak otpora kotrljanja $f_r = 1\text{mm}$
- ♦ koeficijent trenja u ležajima valjaka $\mu_z = 0.01$

Rešenje

KLIZNICA

$$Q = 3600 \cdot \frac{v}{l} \quad v = \frac{v_0 + v_k}{2}$$

$$h = l \cdot \sin \delta = 20 \cdot \sin 20^\circ = 6.84 \text{ m}$$

$$v_k = \sqrt{v_0^2 + 2 g h (1 - \mu_r \operatorname{ctg} \delta)} = \sqrt{(0.1 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 6.84 \text{ m} \cdot (1 - 0.35 \cdot \operatorname{ctg} 20^\circ)} = 2.3 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{0.1 + 2.3}{2} = 1.2 \text{ m/s}$$

$$Q = 3600 \cdot \frac{1.2 \text{ m/s}}{1.2 \text{ m}} = 3600 \text{ kom/h}$$

VALJKASTI TRANSPORTER

v i v_k imaju iste vrednosti kao kod kliznice tj. $v=1.2 \text{ m/s}$, a $v_k=2.3 \text{ m/s}$.

$$m \cdot \frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = mg \cdot l \cdot (\sin \delta - w \cdot \cos \delta)$$

$$\omega = \frac{W'_C + 2W_{rot}}{G}$$

Otpor ustaljenog kretanja – W'_C

$$W'_C = \frac{2 G f_r}{d_t} + \frac{(G + n_1 G_0) \mu_z d_z}{d_t}$$

$$W'_C = \frac{2 \cdot 150 \text{ N} \cdot 1 \text{ mm}}{60 \text{ mm}} + \frac{(150 \text{ N} + 3 \cdot 25 \text{ N}) \cdot 0.01 \cdot 10}{60 \text{ mm}} = 5 \text{ N} + 0.375 \text{ N} = 5.375 \text{ N}$$

Otpor ubrzanja rotacionih masa – W_{rot}

$$W_{rot} = \frac{k_2 \cdot G_0 \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot l_0}$$

$$W_{rot} = \frac{0.9 \cdot 25 \text{ N} \cdot (1.2 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.2 \text{ m}} = 8.26 \text{ N}$$

$$\omega = \frac{5.375 \text{ N} + 2 \cdot 8.26 \text{ N}}{150 \text{ N}} = 0.146$$

$$\frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = g \cdot l \cdot (\sin \delta - \omega \cdot \cos \delta) \quad \text{tj.}$$

$$\frac{v_k^2 - v_0^2}{2} = g \cdot h \cdot (1 - \omega \cdot \operatorname{ctg} \delta) \quad \Rightarrow \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{2 \cdot g \cdot h \cdot \omega}{2 \cdot g \cdot h - v_k^2 + v_0^2}$$

odnosno kako je uslov zadatka da je $l=\text{const}=20\text{m}$ to je

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2 \cdot g \cdot l \cdot \sin \delta \cdot \omega}{2 \cdot g \cdot l \cdot \sin \delta - v_k^2 + v_0^2} \Leftrightarrow \frac{\sin \delta}{\cos \delta} = \frac{57.29 \sin \delta}{392.4 \sin \delta - 5.28}$$

$$392.4 \sin^2 \delta - 5.28 \sin \delta = 57.29 \sin \delta \cos \delta \quad / : \sin \delta$$

$$392.4 \sin \delta - 5.28 = 57.29 \cos \delta \quad \Leftrightarrow \quad 392.4 \sin \delta = 57.29 \cos \delta + 5.28$$

Kako je

$$\sin \delta = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \delta}$$

to je

$$392.4 \sqrt{1 - \cos^2 \delta} = 57.29 \cos \delta + 5.28 \quad /^2$$

$$153977.76 - 153977.76 \cos^2 \delta = 3282.14 \cos^2 \delta + 604.98 \cos \delta + 27.88$$

$$157259.9 \cos^2 \delta + 604.98 \cos \delta - 153949.88 = 0$$

Uz smenu $\cos \delta = x$ i primenu formula za rešavanje kvadratne jednačine dobija se

$$x_{1,2} = \frac{-604.98 \pm 311192.76}{314519.8} \Rightarrow x_1 = 0.987499 \quad x_2 = -0.991345$$

Međutim kako bi se primenom vrednosti x_2 dobili uglovi koji su oko 180° to x_2 odbacujemo i rešavamo jednačinu

$$\cos \delta = 0.987499$$

za koju se dobijaju dva rešenja

$$\delta_1 = 9.07^\circ$$

$$\delta_2 = -9.07^\circ$$

Pri čemu usvajamo pozitivnu vrednost kao rešenje zadatka, tj. $\delta = 9.07^\circ$.